

Oplæg SO Modeller

December-januar 2020-2021.

Opgaven løses i grupper, 3-4 personer sammen, og der afleveres én fælles rapport for hver gruppe. Der arbejdes i disse grupper i hele forløbet, dermed i alle tre fag!

Lærerteamet danner grupperne. Specielt kan lærerne selv bede jer om at danne grupper.

Uddelegér kun indskrivning/remskrivning. Indholdet diskuteres i detaljer af alle gruppemedlemmer.

Som altid vigtigt, at alle får alt "matematikholdigt" gennem fingrene.

Projektrapportens opbygning (oversigt)

Den færdige opgave vil bestå af 5 afsnit:

Afsnit 1: Matematisk teori. Ren matematik.

Bevis for, at de påståede løsninger til de tre gennemgående differentialligningstyper, er løsninger.

Se detaljer side 2

Afsnit 2: Anvendt matematik og dele af den hypotetisk deduktive metode.

Bambusopgaven. Opstille hypoteser i form af differentialligninger fra simple antagelser og fra disse deducere konsekvenser (modeller). Alt hvad der er i "hypotetisk deduktiv metode", men uden eksperiment. Se detaljer side 3-4.

Afsnit 3: Fysikdel, hvor "teoriafsnittet" bl.a. rummer følgende elementer:

- Delaflevering 1 fra december (delen vedrørende fysik).
- Gruppens **rettede** version af delaflevering 2 (delen vedrørende fysik).

Her ud over en række andre fysikfaglige og SO-faglige elementer, selvfølgelig bl.a. eksperimentel afprøvning. For flere detaljer, se side 4.

Afsnit 4: Kemidel hvor "teoriafsnittet" bl.a. rummer følgende elementer:

- Delaflevering 1 fra december (delen vedrørende kemi).
- Gruppens **rettede** version af delaflevering 2 (delen vedrørende kemi).

Her ud over en række andre kemifaglige og SO-faglige elementer, selvfølgelig bl.a. eksperimentel afprøvning. For flere detaljer, se side 4.

Afsnit 5: Lidt fagfaglig og SO-faglig refleksion.

Der er to varianter: en til grupper, der har behov for hjælpespørgsmål og en til mere "selvkørende" grupper. For flere detaljer, se side 5-6

Oplæg til afsnit 1: matematisk teori. Ren matematik.

Vis følgende sætninger ved indsættelse:

(sætningerne udtaler sig om "den fuldstændige løsning"/samtlige løsninger. På nuværende tidspunkt kan I kun vise, at de anførte løsninger er løsninger, ikke at det også er samtlige)

NB med hensyn til sætning 2: hvis du ikke er sej til matematik, er det ok at bruge Maple til differentiation og til reduktion, men ikke til at løse differentialligningen.

NB til elever i studieretninger uden matematik A: Som i afsnittet ovenfor vedrørende Maple. Ud over det skal I vide, at $(e^{i(x)})' = i'(x) \cdot e^{i(x)}$. Hvorfor det er tilfældet, lærer man på A-niveau.

Sætning 1

Den fuldstændige løsning til

$$\frac{dy}{dx} = k \cdot y, \quad k \neq 0, \text{ er}$$

$$y = c \cdot e^{k \cdot x}, \quad c \in \mathbb{R}$$

Sætning 2

Den fuldstændige løsning til differentialligningen (kaldes den logistiske ligning)

$$\frac{dy}{dx} = a \cdot y \cdot (M - y), \quad \text{hvor } a \text{ og } M \text{ er positive, reelle tal}$$

$$y = \frac{M}{1 + k \cdot e^{-a \cdot M \cdot x}}, \quad k \in \mathbb{R}_+$$

(som kaldes den logistiske vækstfunktion)

Sætning 3

Den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = b + a \cdot y, \quad \text{hvor } a \text{ og } b \text{ er reelle tal, og hvor } a \neq 0, \text{ er givet ved}$$

$$y = -\frac{b}{a} + c \cdot e^{a \cdot x}, \quad c \in \mathbb{R}$$

Oplæg til afsnit 2: Anvendt matematik og dele af hypotetisk deduktiv metode. Bambusopgaven.

I dette afsnit arbejdes der med den hypotetisk deduktive metode. Kun den eksperimentelle afprøvning mangler. Vi ser på 5 forskellige modeller til beskrivelse af en bambusplantens vækst. Hypoteserne er formuleret sprogligt.

Matematiske teorimodeller for vækst af bambusplanter

Vi betragter 5 modeller for væksten af en bestemt bambusart.

Bambusplanterne af denne art bliver i gennemsnit 300 cm høje, når de er udvoksede.

Væksthastigheden v er naturligvis $v = \frac{dh}{dt}$, hvor h er plantens højde (i cm) og t er tiden (i døgn).

Model 1: Væksthastigheden antages proportional med den øjeblikkelige højde.

Model 2: Væksthastigheden antages konstant.

Model 3: Væksthastigheden antages proportional med tiden.

Model 4: Væksthastigheden antages proportional med hvor meget planten mangler i at være udvokset.

Model 5: Væksthastigheden antages proportional med såvel den øjeblikkelige højde samt med hvor meget den mangler i at være udvokset.

I spørgsmålene a og b nedenfor arbejdes der med forskellige hypoteser. I spørgsmål c deduceres testbare konsekvenser af hypoteserne. Dette er hypotetisk deduktiv metode (ud over at der i denne er en eksperimentel del, hvor den testbare konsekvens afprøves)

- a) Opstil en differentialligning for hver model. Proportionalitetskonstanten kaldes her bare fx for k . (I denne del formuleres hypoteserne symbolsk og generelt)

For alle modeller *undtagen* model 3:

Til tiden 0 er højden af planten 20 cm, og væksthastigheden til dette tidspunkt er $30 \frac{\text{cm}}{\text{døgn}}$.

For model 3:

Til tiden 0 er højden af planten 20 cm. Væksthastigheden til tiden 4 døgn er $30 \frac{\text{cm}}{\text{døgn}}$.

- b) Bestem proportionalitetskonstanterne for de 5 differentialligninger fra spørgsmål a, og angiv de 5 differentialligninger med proportionalitetskonstanter.
- c) Opstil i hver situation en model til at beregne plantens højde (i centimeter) til tiden t (i døgn), og afbild modellen grafisk. Differentialligningerne løses ved typegenkendelse, undtagen dem for type 2 og 3. Disse to løses ved simpel integralregning.
- d) Diskuter de 5 modeller. Er de alle lige gode? Hvordan kan man finde ud af hvilken der er bedst?

Oplæg til afsnit 3: Fysikdel. Newtons afkølingslov

Første del af denne er et teoriafsnit. Dette indeholder bl.a.

- delaflevering 1 fra december i original form (gælder ikke 2.s og 2.x), og
- gruppens gennemrettede version (på baggrund af matematiklærerens rettelser) af delaflevering 2 med alle detaljer,
- fysisk betydning af k (fra differentialligningen) og enhed for denne.

Yderligere krav til teoriafsnit og krav til fysikdelen i øvrigt udleveres separat af fysiklæreren ved projektugens start.

Oplæg til afsnit 4: Kemidel. Reaktionskinetik, førsteordensreaktioner ... med et twist.

Første del af denne er et teoriafsnit. Dette indeholder bl.a.

- delaflevering 1 fra december i original form (gælder ikke 2.s og 2.x), og
- gruppens gennemrettede version af delaflevering 2 (på baggrund af matematiklærerens rettelser) med alle detaljer,
- kemisk betydning af k (fra differentialligningen) og enhed for denne.

Yderligere krav til teoriafsnit og krav til kemidelen i øvrigt udleveres separat af kemilæreren ved projektugens start.

Oplæg til afsnit 5: Refleksion

Dette SO-projekt skal træne jer i at arbejde flerfagligt med naturvidenskabelige fag. Forløbet her vil være en stor hjælp for jer, hvis I om godt et halvt år vælger at lave en SOP, hvor der indgår et naturvidenskabeligt fag sammen med matematik (eller måske et fingerpeg om, at du ikke skal vælge en sådan fagkombination til SOP 😊)

Her (i del 5) er to muligheder. Kig dem igennem og vælg den I bedst kan håndtere i gruppen: en til dem, der har behov for lidt hjælpespørgsmål (5.1) og en til dem, der har et større overblik (5.2). Men uanset hvilken der vælges, er det ikke bare ja/nej-svar. Det er ikke det, der ligger i begrebet "refleksion". Besvar denne del seriøst, så I kan bruge det I har lært i forbindelse med SOP og andre større opgaver.

5.1: Refleksion med hjælpespørgsmål. Lidt om meget.

Det er bedre at udvælge nogle (fx 5-6 stykker, og dem om modeller kan evt. slås sammen), hvor du har lært noget, flyttet dig, noget du tænker at du vil kunne bruge til større opgaver i fremtiden, end korte svar på hver spørgsmål. Spørg din lærer hvis det er ting på listen du ikke forstår/kan se sammenhængen i.

- Hvad er en matematisk model og hvilke elementer indgår der typisk i disse (forhold mellem model og virkelighed. Idealiseringer, tilnærmelser, begrænsninger, ...)
- Matematisk model: hvor kommer de fra og hvad kendetegner dem? (sammenhold fx bambusopgaven og delaflevering 2),
- Hvordan indgår hypoteser, modeller, empiri osv. sammen i hypotetisk deduktiv metode? Hvordan indgår disse ting i jeres opgave?
- Forskel på ren matematik og matematik i anvendelse.
- Videnskabelig dokumentation og kommunikation indenfor naturvidenskab/matematik. (Præsentationsformer, formidling, kendskab til genrer.)
- Kombinere viden og metoder fra de indgående fag med henblik på problemløsning.
- Hvad er anderledes ved at problemformulere i de naturvidenskabelige fag i forhold til andre fag?
- Hvad var svært og hvad var let i denne opgave? Eksempler.
- Skriv et kort afsnit om forskellene på de tre fag, eller hvad der særligt kendetegner dem. Et par pointer for hver fag er nok.
- Hvordan passede jeres problemformulering/hypotese fra delaflevering 1 med det I kom frem til i delaflevering 2? Er der erfaringer her, der kan bruges fremadrettet?
- Hvordan passer bambusopgaven sammen med delaflevering 2?
- Hvordan er sammenhængen imellem teori og empiri i dette projekt – og generelt i de naturvidenskabelige fag?
- Hvad er karakteristisk for rapportskrivning i de naturvidenskabelige fag, og hvorfor?
- Hvordan forstår du, at fagene spiller sammen i forløbet? Beskriv med egne ord.
- Hvilken feedback fik du fra lærerne? Anfør konkrete eksempler!
- Hvad vil du gøre bedre i et nyt lignende projekt, fx studieretningscasen (SO6) og sluttelig i SOP?

5.2: Refleksion. Meget om lidt.

Her er meningen at I vælger en eller to af disse og laver en sammenhængende tekst på en 2-3 sider med en konklusion til sidst.

I denne del kan bare ikke skrive om alle sammenhænge. I er nødt til at vælge, hvad der er væsentligt for jer. I er også nødt til at være konkrete og give eksempler (fra opgaven eller mere overordnet), som underbygger hvad I mener, og så læseren lettere kan forstå og leve sig ind i det. Regn med at omfanget skal svare til 2-3 sider tekst.

- I kan belyse et aspekt af det I har lavet, ud fra hvad I har lært af teorien og jeres forsøg i flere forskellige fag.
- I kan belyse hvilke ligheder der er i jeres erfaringer fra de forskellige fag. Så skal I fokusere på det der er uventet. Vi ved allerede at arbejdet i alle tre fag har at gøre med den samme matematiske model.
- I kan diskutere de forskelle I har oplevet, når I anvendte den samme teori i tre forskellige fag, og forskellene når I regnede på teorien og skulle anvende den i praksis.
- I kan se hvordan teorien har hjulpet jer til at forstå praksis, eller diskutere hvor teori og praksis ikke passer sammen, om forskellene er væsentlige og hvad de kan skyldes.
- I kan se på hele jeres proces, som en vekselvirkning mellem jer, forsøgene og den feedback I fik fra lærerne.
- I kan også kigge på de mange punkter i version 5.1 og slå et par af dem sammen i en diskussion/analyse.
- I kan vælge at se på en helt anden sammenhæng på tværs, end dem der er beskrevet her.

Skriv så til sidst en konklusion, hvor I kort opsummerer, hvad der var jeres vigtigste udbytte af forløbet.