

## Oplæg SO Modeller

December-januar 2021-2022.

Opgaven løses i grupper, 3-4 personer sammen, og der afleveres én fælles rapport for hver gruppe. Der arbejdes i disse grupper i hele forløbet, dermed i alle tre fag!

Lærerteamet danner grupperne. Specielt kan lærerne selv bede jer om at danne grupper.

*Uddelegér kun indskrivning/remskrivning. Indholdet diskuteres i detaljer af alle gruppemedlemmer.*

*Som altid vigtigt, at alle får alt "matematikholdigt"/formelholdigt gennem fingrene.*

Det er indeholdt i forståelsen af kollaborativ skrivning i matematik og naturvidenskabelige fag.

### Projektrapportens opbygning (oversigt)

Den færdige besvarelse vil bestå af 6 afsnit:

#### **Afsnit 1: Matematisk teori. Ren matematik.**

Bevis for, at de påståede løsninger til de tre gennemgående differentialligningstyper, er løsninger.

Se detaljer side 2

#### **Afsnit 2: Bambusopgaven. Ren og anvendt matematik.**

Hypotetisk deduktiv metode ... uden forsøg.

Se oplæg side 3

*De næste tre afsnit er tilsammen to eksempler på hypotetisk deduktiv metode, inklusiv den eksperimentelle del.*

#### **Afsnit 3: Jeres gennemrettede version af delafleveringen (Delaflevering SO5).**

*Oplægget til delafleveringen udleveres separat (på Lectio og Studieportalen)*

På baggrund af matematiklærerens rettelsers osv., gennemretter I delafleveringen og sætter den ind som afsnit 3. Se side 4.

#### **Afsnit 4: Fysikdel.**

En slags fysikrapport. For flere detaljer, se side 4.

#### **Afsnit 5: Kemidel.**

En slags kemirapport. For flere detaljer, se side 4.

#### **Afsnit 6: Lidt fagfaglig og SO-faglig refleksion.**

Hjælpeopørgsmål side 5.

## Oplæg til afsnit 1: Matematiske beviser for relevante løsningsformler

### Vis sætningerne 1, 2 og 3 nedenfor ved indsættelse:

(sætningerne udtaler sig om "den fuldstændige løsning"/samtlige løsninger. På nuværende tidspunkt kan I kun vise, at de anførte løsninger er løsninger, ikke at det også er samtlige)

NB med hensyn til sætning 2: hvis du ikke er sej til matematik, er det ok at bruge Maple til differentiation og til reduktion.

NB til elever i studieretninger uden matematik A: Som i afsnittet ovenfor vedrørende Maple. Ud over det skal I vide, at  $(e^{i(x)})' = i'(x) \cdot e^{i(x)}$ .

Elever i en matematik A-studieretning ved, hvorfor dette er tilfældet.

### Sætning 1

Den fuldstændige løsning til

$$\frac{dy}{dx} = k \cdot y, \quad k \neq 0, \text{ er}$$

$$y = c \cdot e^{k \cdot x}, \quad c \in \mathbb{R}$$

### Sætning 2

Den fuldstændige løsning til differentialligningen (kaldes den logistiske ligning)

$$\frac{dy}{dx} = a \cdot y \cdot (M - y), \quad \text{hvor } a \text{ og } M \text{ er positive, reelle tal}$$

$$y = \frac{M}{1 + k \cdot e^{-a \cdot M \cdot x}}, \quad k \in \mathbb{R}_+$$

(som kaldes den logistiske vækstfunktion)

### Sætning 3

Den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = b + a \cdot y, \quad \text{hvor } a \text{ og } b \text{ er reelle tal, og hvor } a \neq 0, \text{ er givet ved}$$

$$y = -\frac{b}{a} + c \cdot e^{a \cdot x}, \quad c \in \mathbb{R}$$

## Oplæg til afsnit 2: Bambusopgaven

Et eksempel på hypotetisk deduktiv metode, dog uden den eksperimentelle del.

Vi betragter 5 modeller for væksten af en bestemt bambusart. Bambusplanterne af denne art bliver i gennemsnit 300 cm høje, når de er udvoksede. Nedenfor arbejdes med en sådan gennemsnitlig bambusplante.

Model 1

Væksthastigheden antages proportional med den øjeblikkelige højde.

Model 2

Væksthastigheden antages konstant.

Model 3

Væksthastigheden antages proportional med tiden.

Model 4

Væksthastigheden antages proportional med hvor meget planten mangler i at være udvokset.

Model 5

Væksthastigheden antages proportional med såvel den øjeblikkelige højde samt med hvor meget den mangler i at være udvokset.

*NB: spørgsmål a og b kan slås sammen, hvis du synes at det er bedre. Man kan også lave spørgsmål a, b og c for den ene, så for den anden osv. Du bestemmer selv rækkefølgen, bare du har alle elementer med.*

- a) Opstil en differentiaalligning for hver model. Proportionalitetskonstanten kaldes i spørgsmål a bare for  $k$ .

Til resten af opgaven:

For alle modeller **undtagen** model 3:

Til tiden 0 er højden af planten 20 cm, og væksthastigheden til dette tidspunkt er  $30 \frac{\text{cm}}{\text{døgn}}$ .

**For model 3:**

Til tiden 0 er højden af planten 20 cm. Væksthastigheden til tiden 4 døgn er  $30 \frac{\text{cm}}{\text{døgn}}$ .

- b) Bestem proportionalitetskonstanterne for de 5 differentiaalligninger fra spørgsmål a, og angiv derefter de 5 differentiaalligninger med proportionalitetskonstanter.
- c) Opstil i hver situation en model til at beregne plantens højde (i centimeter) til tiden  $t$  (i døgn), og afbild modellen grafisk (altså: løs differentiaalligningerne, og løsningerne skal opfylde alle betingelser). Differentiaalligningerne løses ved typegenkendelse. [Elever, der ikke har lært om stamfunktioner, kan fx anvende Maple til løsning af differentiaalligningerne 2 og 3.](#)

### **Oplæg til afsnit 3**

Her indsætter I jeres gennemrettede version af Delaflevering SO5 modeller

### **Oplæg til afsnit 4: Fysikdel. Newtons afkølingslov**

”Fysikrapport”.

Som en del af teoriafsnittet, henvises til relevante dele af afsnit 3.

I skal tænke på, at der er tale om en samlet besvarelse, men I skal også tænke på, hvad I har lært om rapportskrivning i fysik. Der er en god grund til, at rapporter i fysik er opbygget, som de er.

Yderligere krav til teoriafsnit og krav til fysikdelen i øvrigt, udleveres evt. separat af fysiklæreren ved projektugens start.

### **Oplæg til afsnit 5: Kemidel. Reaktionskinetik, førsteordensreaktioner ... med en lille drejning**

”Kemirapport”.

Som en del af teoriafsnittet, henvises til relevante dele af afsnit 3.

I skal tænke på, at der er tale om en samlet besvarelse, men I skal også tænke på, hvad I har lært om rapportskrivning i kemi. Der er en god grund til, at rapporter i kemi er opbygget, som de er.

Yderligere krav til teoriafsnit og krav til kemidelen i øvrigt udleveres separat af kemilæreren ved projektugens start.

## Oplæg til afsnit 6: Refleksion

- Hvordan indgår hypoteser, teori, modeller, empiri osv. sammen i hypotetisk deduktiv metode? Hvordan indgår disse ting i jeres opgave? (Se fx på bambusopgaven sammen med afsnit 3, 4 og 5)
- Hvordan forstår du, at fagene spiller sammen i forløbet? Beskriv med egne ord.
- Udpeg væsentlige forskelle og ligheder mellem de "almindelige" rapporter i fysik og kemi og de "almindelige" opgaver i matematik og dette projekt.
- Videnskabelig dokumentation og kommunikation indenfor naturvidenskab/matematik. (Præsentationsformer, formidling, kendskab til genrer.)
- Hvad var svært og hvad var let i denne opgave? Eksempler.
- Hvad vil du gøre bedre i et nyt lignende projekt, fx studieretningscasen (SO6) og sluttelig i SOP?

Refleksionen fortsætter i refleksionsskemaet, der udarbejdes efter I har fået opgaven retur fra lærerne.