

Delaflevering SO5

Afleveres til matematiklæreren (på Lectio) i uge 5 og gives retur senest i uge 6.

For elever i Mat-Fys studieretning er der to "fysikdele", side 1 og side 3.

Fysikdel, Newtons afkølingslov

For alle 2g-klasser.

Vi ser på afkøling, et "varmt" legeme i "kolde" omgivelser. Vi kan starte med at antage følgende simple sammenhæng (hypotese):

Hastigheden hvormed legemets temperatur ændrer sig, er proportional med den øjeblikkelige temperaturforskel mellem legeme og omgivelser.

a

Indfør passende symboler, skitser afkølingsforløbet grafisk (med blyant og papir/tavle fotografer/skan og indsæt), idet du også tilføjer dine symboler til figuren, og opstil differentiallyigningen, der gemmer sig i formuleringen ovenfor. NB: proportionalitetskonstanten ønskes positiv.

Endvidere skal det forklares hvordan figur, hypotese og differentiallyigning hører sammen (fx hvis hastigheden er størst til at starte med: hvilken konsekvens har det for figuren, og hvordan ses det af hypotesen. Og hvor/hvordan ses hastigheden på figuren).

b

Bestem, ved løsning af differentiallyigningen, en formelmæssig sammenhæng mellem de indførte variable og konstanter. Se evt. bilag 1. Husk at inddrage initialbetingelsen: til at starte med er legemets temperatur ... begyndelsestemperaturen.

Spoiler alert!

Forslag til figur i spørgsmål a samt resultat til spørgsmål b kan ses på bilag 2

Kemidel, Reaktionskinetik

Før alle 2g-klasser.

Her begrænset til førsteordensreaktioner... med et twist.

Vi ser på en kemisk reaktion: to stoffer (reaktanter) blandes sammen, og der opstår med tiden kemisk ligevægt. Vi vil se på produktets koncentration, som vokser fra 0 til at starte med op mod en maksimal værdi. Antag, til at starte med, følgende simpel sammenhæng (hypotese):

Hastigheden hvormed koncentrationen af produktet ændrer sig, er proportional med hvor meget den mangler i at være maksimal.

a

Indfør passende symboler, skitser den forventede udvikling i koncentrationen grafisk (med blyant og papir/tavle fotografer/skan og indsæt), idet du også tilføjer dine symboler til figuren, og opstil differentialligningen, der gemmer sig i formuleringen ovenfor. NB: proportionalitetskonstanten ønskes positiv. Endvidere skal det forklares hvordan figur, hypotese og differentiallyigning hører sammen (fx hvis hastigheden er størst til at starte med: hvilken konsekvens har det for figuren, og hvordan ses det af hypotesen. Og hvor/hvordan ses hastigheden på figuren).

b

Bestem, ved løsning af differentiallyigningen en formelmæssig sammenhæng mellem de indførte variable og konstanter. Se evt. bilag 1. Husk at inddrage initialbetingelsen: til at starte med er koncentrationen 0 (med relevant enhed).

Spoiler alert!

Forslag til figur i spørgsmål a samt resultat til spørgsmål b i bilag 3.

Fysikdel 2, opladning af kapacitor (kondensator)

Kun elever i Mat-Fys-studieretning. (Mat-Fys-elever skal også lave Newtons afkølingslov).
Lav kemidelen inden I laver denne.

Vi ser **opladning** af en kapacitor i et jævnstrømskredsløb.

Vi kan starte med at antage følgende simple sammenhæng (hypotese):

Hastigheden hvormed spændingen over kondensatoren vokser, er proportional med hvor meget, den mangler i at være maksimal.

a

Indfør passende symboler, skitser opladningsforløbet grafisk (med blyant og papir / tavle, fotografier / skan og indsæt), idet du også tilføjer dine symboler til figuren, og opstil differentiallyigningen, der gemmer sig i formuleringen ovenfor. NB: proportionalitetskonstanten ønskes positiv.

Endvidere skal det forklares hvordan figur, hypotese og differentiallyigning hører sammen (fx hvis hastigheden er størst til at starte med: hvilken konsekvens har det for figuren, og hvordan ses det af hypotesen. Og hvor/hvordan ses hastigheden på figuren).

b

Bestem, ved løsning af differentiallyigningen, en formelmæssig sammenhæng mellem de indførte variable og konstanter. Se evt. bilag 1. Husk at inddrage initialbetingelsen: til at starte med er spændingen over kondensatoren 0 ... (med passende enhed).

Spoiler alert!

Figur og løsning til differentiallyigning er principielt identisk med kemidelen.

Bilag 1. Løsning af udvalgte differentialligninger

Sætningerne nedenfor havde andre numre i træningsmaterialet (type 4, 6 og 7)

Sætning 1

Den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = k \cdot y, \quad k \neq 0, \text{ er}$$

$$y = c \cdot e^{k \cdot x}, \quad c \in \mathbb{R}$$

Sætning 2

Den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = a \cdot y \cdot (M - y), \quad \text{hvor } a \text{ og } M \text{ er positive, reelle tal, er givet ved}$$

$$y = \frac{M}{1 + k \cdot e^{-a \cdot M \cdot x}}, \quad k \in \mathbb{R}_+$$

Sætning 3

Den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y' = b - a \cdot y = a \cdot \left(\frac{b}{a} - y\right) = a \cdot (M - y), \quad a \neq 0, \text{ og hvor } M = \frac{b}{a}, \text{ er givet ved}$$

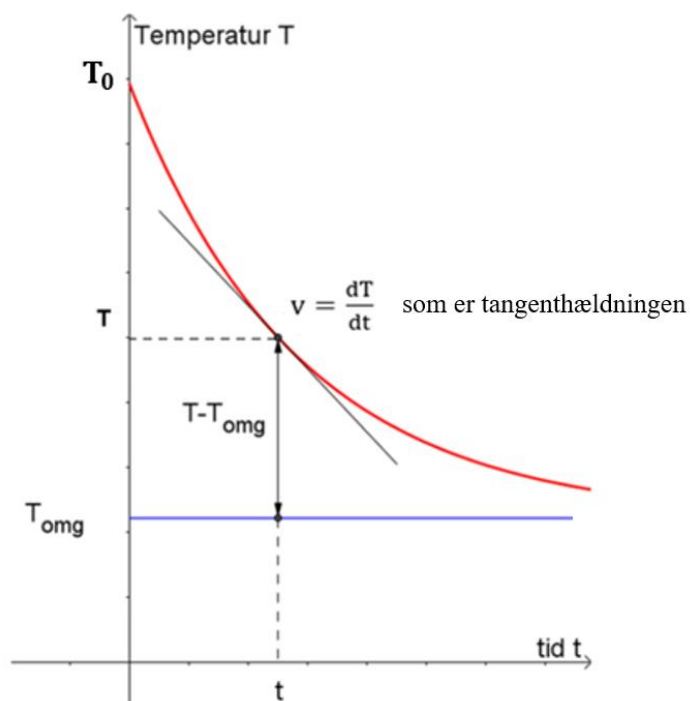
$$y = \frac{b}{a} + c \cdot e^{-a \cdot x} = M + c \cdot e^{-a \cdot x}, \quad c \in \mathbb{R}$$

Spoilere på de næste sider!!

Kig kun på dem, hvis du er "lost", eller når du er "færdig" og vil tjekke.

Bilag 2: Spoiler, fysikdel

Figur til spørgsmål a: Du skulle gerne komme frem til noget i retning af



Det forventes at jeres figur er lavet "i hånden".

Resultat til spørgsmål b:

$$T(t) = T_{omg} + (T_0 - T_{omg}) \cdot e^{-k \cdot t}, \text{ hvor}$$

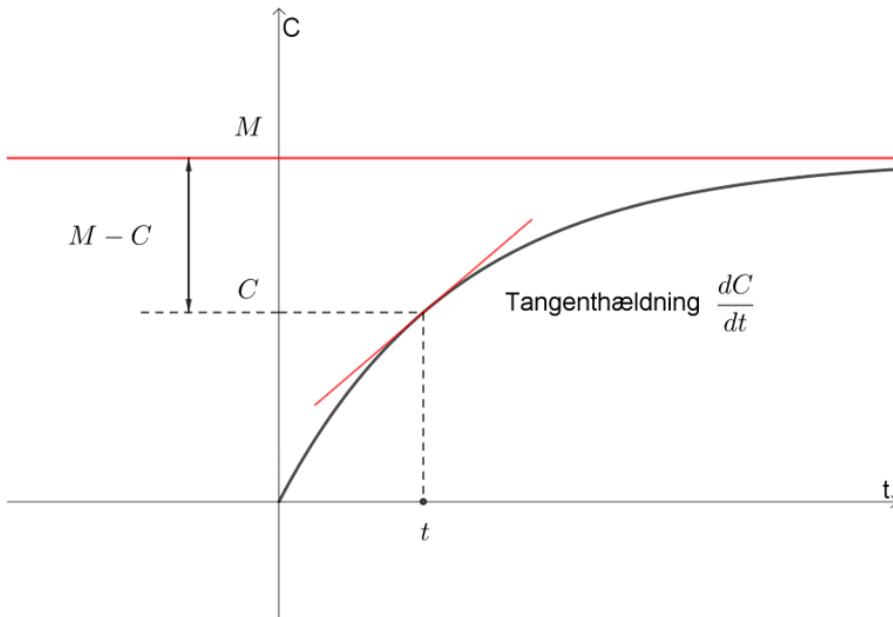
$T(t)$ er ...,

T_{omg} er ...,

...

Bilag 3: Spoiler, kemidel

Figur til spørgsmål a: Du skulle gerne komme frem til noget i retning af



Det forventes at jeres figur er lavet "i hånden".

Symbolet C er brugt for "koncentrationen af stoffet A". Dette skrives som bekendt $[A]$ i kemi, men det er lidt klodset at arbejde med i udledningen.

Resultat til spørgsmål b:

$$C(t) = M - M \cdot e^{-k \cdot t}, \text{ hvor}$$

$C(t)$ er ...,

M er ...,

...

Resultater til opladning af kapacitor, kun Mat-Fys:

Figuren er helt "den samme" som ovenfor, bare med andre betegnelser. Og det er differentialligningen og løsningen til den også.

$$U(t) = U_{\max} - U_{\max} \cdot e^{-k \cdot t}, \text{ hvor}$$

$U(t)$ er ...,

U_{\max} er ...,

...