

Oplæg SO Modeller

Et samspil mellem matematik, fysik og kemi, december-marts 2022-2023.

Opgaven løses i grupper, 3-4 personer sammen, og der afleveres én fælles rapport for hver gruppe.

Der arbejdes i samme grupper i hele forløbet, dermed i alle tre fag!

Lærerteamet danner grupperne. Specielt kan lærerne selv bede jer om at danne grupper.

Uddelegér kun indskrivning/remskrivning. Indholdet diskuteres i detaljer af alle gruppemedlemmer.

Som altid vigtigt, at alle får alt "matematikholdigt"/formelholdigt gennem fingrene.

Det er indeholdt i forståelsen af kollaborativ skrivning i matematik og naturvidenskabelige fag.

Projektrapportens opbygning (oversigt)

Den færdige besvarelse vil bestå af 6 afsnit:

Afsnit 1: Matematisk teori. Ren matematik.

Bevis for, at de påståede løsninger til de tre gennemgående differentialligningstyper, er løsninger.

Se detaljer side 2.

Afsnit 2: Bambusopgaven. Ren og anvendt matematik.

Her arbejdes med hypoteser og matematiske modeller, uden eksperimentel afprøvning. Bambusopgaven er i umiddelbar forlængelse af græskaropgaven og delaflevering SO5.

Se oplæg side 3

Afsnit 3: Jeres gennemrettede version af delafleveringen (Delaflevering SO5).

Oplægget til delafleveringen udleveres separat (på Lectio og Studieportalen)

På baggrund af matematiklærerens rettelser osv., gennemretter I delafleveringen og sætter den ind som afsnit 3. Se side 4.

Afsnit 4: Fysikdel.

En slags fysikrapport. For flere detaljer, se side 4.

Afsnit 5: Kemidel.

En slags kemirapport. For flere detaljer, se side 4.

Afsnit 6: Lidt fagfaglig og SO-faglig refleksion.

Hjælpe spørgsmål side 5.

Oplæg til afsnit 1: Matematiske beviser for relevante løsningsformler

Vis sætningerne 1, 2 og 3 nedenfor ved indsættelse (samme teknik og skrivemåde som i de første opgaver i "Træningsmateriale til SO5 modeller").

(sætningerne udtaler sig om "den fuldstændige løsning" / samtlige løsninger. På nuværende tidspunkt kan I kun vise, at de anførte løsninger er løsninger, ikke at det også er samtlige).

NB med hensyn til sætning 2: For elever, der har svært ved matematik, er det ok at bruge Maple til differentiation og til reduktion.

NB til elever i studieretninger uden matematik A: For jer er det nødvendigt at vide, at $(e^{i(x)})' = i'(x) \cdot e^{i(x)}$. Elever i en matematik A-studieretning ved, hvorfor dette er tilfældet.

Sætning 1

Den fuldstændige løsning til

$$\frac{dy}{dx} = k \cdot y, \quad k \neq 0, \text{ er}$$

$$y = c \cdot e^{k \cdot x}, \quad c \in \mathbb{R}$$

Sætning 2

Den fuldstændige løsning til differentialligningen (kaldes den logistiske ligning)

$$\frac{dy}{dx} = a \cdot y \cdot (M - y), \quad \text{hvor } a \text{ og } M \text{ er positive, reelle tal, er givet ved}$$

$$y = \frac{M}{1 + k \cdot e^{-a \cdot M \cdot x}}, \quad k \in \mathbb{R}_+$$

(som kaldes den logistiske vækstfunktion)

Sætning 3

Den fuldstændige løsning til differentialligningen

$$y' = b - a \cdot y = a \cdot \left(\frac{b}{a} - y\right) = a \cdot (M - y), \quad a \neq 0, \text{ og hvor } M = \frac{b}{a}, \text{ er givet ved}$$

$$y = \frac{b}{a} + c \cdot e^{-a \cdot x} = M + c \cdot e^{-a \cdot x}, \quad c \in \mathbb{R}$$

Oplæg til afsnit 2: Bambusopgaven

Vi betragter 5 modeller for væksten af en bestemt bambusart. Bambusplanterne af denne art bliver i gennemsnit 300 cm høje, når de er udvoksede. Nedenfor arbejdes med en sådan gennemsnitlig bambusplante.

Model 1

Væksthastigheden antages proportional med den øjeblikkelige højde.

Model 2

Væksthastigheden antages konstant.

Model 3

Væksthastigheden antages proportional med tiden.

Model 4

Væksthastigheden antages proportional med hvor meget planten mangler i at være udvokset.

Model 5

Væksthastigheden antages proportional med såvel den øjeblikkelige højde samt med hvor meget den mangler i at være udvokset.

NB: spørgsmål a og b kan slås sammen, hvis du synes at det er bedre. Man kan også lave spørgsmål a, b og c for den ene, så for den anden osv. Du bestemmer selv rækkefølgen, bare du har alle elementer med.

- a) Opstil en differentialligning for hver model. Proportionalitetskonstanten kaldes i spørgsmål a bare for k .

Til resten af opgaven:

For alle modeller **undtagen** model 3:

Til tiden 0 er højden af planten 20 cm, og væksthastigheden til dette tidspunkt er $30 \frac{\text{cm}}{\text{døgn}}$.

For model 3:

Til tiden 0 er højden af planten 20 cm. Væksthastigheden til tiden 4 døgn er $30 \frac{\text{cm}}{\text{døgn}}$.

- b) Bestem proportionalitetskonstanterne for de 5 differentialligninger fra spørgsmål a, og angiv derefter de 5 differentialligninger med proportionalitetskonstanter.
- c) Opstil i hver situation en model til at beregne plantens højde (i centimeter) til tiden t (i døgn), og afbild modellen grafisk (altså: løs differentialligningerne, og løsningerne skal opfylde alle betingelser). Differentialligningerne løses ved typegenkendelse.

Oplæg til afsnit 3

Her indsætter I jeres gennemrettede version af Delaflevering SO5 modeller

Oplæg til afsnit 4: Fysikdel. Newtons afkølingslov

”Fysikrapport”.

Som en del af teoriafsnittet henvises til relevante dele af afsnit 3.

I skal tænke på, at der er tale om en samlet besvarelse, men I skal også tænke på, hvad I har lært om rapportskrivning i fysik. Der er gode grunde til, at rapporter i fysik er opbygget, som de er.

Yderligere krav til teoriafsnit og krav til fysikdelen i øvrigt, udleveres evt. separat af fysiklæreren ved projektugens start.

For elever i Mat-Fys studieretning: I dette afsnit arbejder I kun med den del, I også laver forsøg med (afkøling og / eller opladning af kapacitor). Dette aftaler I med fysiklæreren.

Oplæg til afsnit 5: Kemidel. Reaktionskinetik, førsteordensreaktioner ... med et lille tvist

”Kemirapport”.

Som en del af teoriafsnittet henvises til relevante dele af afsnit 3.

I skal tænke på, at der er tale om en samlet besvarelse, men I skal også tænke på, hvad I har lært om rapportskrivning i kemi. Der er gode grunde til, at rapporter i kemi er opbygget, som de er.

Yderligere krav til teoriafsnit og krav til kemidelen i øvrigt udleveres separat af kemilæreren ved projektugens start.

Oplæg til afsnit 6: Refleksion

- Læs afsnittet om matematiske modeller af Torben Svendsen (separat dokument, ligger på Studieportalen under fanen "Opgaven"). Hvad er de / den principielle forskel på det gennemgående eksempel $F = k \cdot x$ og følgende eksempler: eksempel 1.2, ADAM og Nordsømodellen. Hvad med eksempel 1.1?
- Nævn nogle af de metoder, der indgår i SO5. Både overordnede og mere specifikke. Ikke name-dropping, men gode eksempler og små forklaringer.
- Hvordan indgår hypoteser, teori, modeller, empiri osv. sammen i opgaven? Hvordan indgår disse ting i jeres opgave? (Se fx på bambusopgaven sammen med afsnit 3, 4 og 5).
- Hvordan forstår du, at fagene spiller sammen i forløbet? Beskriv med egne ord.
- Udpeg væsentlige forskelle og ligheder mellem de "almindelige" rapporter i fysik og kemi og de "almindelige" opgaver i matematik og dette projekt.
- Kommenter på videnskabelig dokumentation og kommunikation indenfor naturvidenskab/matematik i projektet. (Præsentationsformer, formidling, kendskab til genrer.)
- Hvad var svært og hvad var let i denne opgave? Eksempler.
- Hvad vil du gøre bedre i et nyt lignende projekt, fx studieretningscasen (SO6) og sluttelig i SOP?

Refleksionen fortsætter i refleksionsskemaet, der udarbejdes efter I har fået opgaven retur fra lærerne.